

Pflaster in meiner Musik

von Tom Johnson

Es muss 1999 gewesen sein, als mir Moreno Andreatta eine Kopie von Dan Tudor Vuzas bahnbrechendem Aufsatz „Supplementary Sets and Regular Complementary Unending Canons“ (*Perspectives of New Music* 29 (1991), 22–49; 30 (1992), 102–125; 184–207 und 31 (1993), 270–305.) gegeben hat, denn schon 2000 wurde mir bei dem für eine Installation von Martin Riches in Berlin geschrieben „Canon in 3, 6 or 9 Voices“ bewusst, wie sehr mich dieser Aufsatz beeinflusst hat. Mit dem Beginn der MaMuX-Meetings im IRCAM konnte ich ab 2001 regelmäßig die mathematischen Musiktheorien von Guerino Mazzola, Thomas Noll, Emmanuel Amiot, Franck Jedrzejewski und Harald Friepertinger hören und auch von Andreatta hören und den vielen anderen, die gelegentlich die Treffen besuchten. Diese Informationen haben mich mehr und mehr inspiriert. Im Jahr 2002 widmete ich meine kompositorische Arbeit fast ausschließlich dem Zusammenfügen kleiner rhythmischer Pflaster, bis ich dann 2003 eine Serie veröffentlichte mit dem Titel: „Tilework: 14 Pieces for 14 Solo Instruments“ [Pflasterarbeit: 14 Stücke für 14 Soloinstrumente]. Im Laufe des Jahres entstanden außerdem „Tilework for String Quartet und Tilework for Piano“. Gegen Ende des Jahres allerdings hatte ich meine Aufmerksamkeit schon auf ein ganz anderes Thema gerichtet, auf kombinatorische Muster nämlich.

Vor kurzem habe ich den Aufsatz von Vuza noch einmal gelesen. Es ist mir jetzt umso klarer, dass dieser Text für alle genannten Mathematiker und Musiktheoretiker von Bedeutung gewesen ist, ganz abgesehen von nordamerikanischen Musiktheoretikern wie Jon Wild und etlichen Komponisten. Ich halte diese Arbeit für die wichtigste musiktheoretische Abhandlung der letzten zwanzig Jahre, auch deshalb, weil es sich um einen jener seltenen Fälle handelt, wo die Musiktheorie der musikalischen Praxis vorausgegangen ist. Harmonielehre- und Kontrapunktbücher, Aufsätze über serielle Techniken, Anleitungen zum Generalbass und Musikanalysen haben sich in der Regel auf bereits existierende musikalische Praktiken von Komponisten bezogen. Nur ganz selten, wie im Falle von Vuza, Leonhard Euler und Hugo Riemann, sind die Theoretiker den Komponisten zuvor gekommen, und auch bei Henry Cowells 1930 erschienenem Buch „New Musical Resources“ war es so. In Europa ist diese höchst originelle Arbeit kaum wahrgenommen worden, in den USA dagegen sehr wohl. Auch wenn der Autor seinen Theorien als Komponist selbst kaum gefolgt ist, waren sie für John Cage und Conlon Nancarrow – ihren eigenen Aussagen nach – von entscheidender kompositorischer Bedeutung, und auch jüngere amerikanische Komponisten wie Kyle Gann, Larry Polansky, David First und John Luther Adams verweisen auf den Einfluss, den Cowells Buchs auf sie hatte. Die „New Musical Resources“ haben in der Musikgeschichte deutliche Spuren hinterlassen. Und Vuzas Ideen sind gerade dabei, sie zu hinterlassen.

Als ich Vuza noch einmal gelesen habe, ist mir außerdem bewusst geworden, dass nachfolgende Wissenschaftler sich vor allem für die spannenden Probleme in seinen Maximal-Kategorien interessiert haben und für die klassischen linearen Pflasterverbände, bei denen jede Pflasterstelle genau einmal ausgefüllt wird. Darüber gerät ganz in Vergessenheit, dass es bei Vuza auch viele Pflasterverbände gibt, bei denen einige Stellen unausgefüllt bleiben oder aber mit mehr als nur einer einzigen Note gefüllt werden. Im dritten Teil seines Aufsatzes gibt es zum Beispiel auf Seite 112 einen Fall, wo jede sechste Stelle leer bleibt, und auf den Seiten 109 bis 110 einen anderen Fall, wo jede fünfte und sechste Stelle eine Pause ist. Im zweiten Teil gibt es das wunderschöne Beispiel einer Kreisbahn von acht Schlägen, auf der ein einfacher zweitöniger Rhythmus (0, 5) viermal einsetzt (an den Stellen 0, 3, 4 und 7). Daraus baut sich schrittweise ein Muster auf aus zwei Tönen, ein Ton, Pause, ein Ton, zwei Töne, ein Ton, Pause, ein Ton, zwei Töne ... Vuza ist vermutlich nicht verborgen geblieben, dass lange Folgen von Achtelnoten musikalisch schnell eintönig klingen und dass er sich darum Variationen einfallen lassen musste, wenn Komponisten etwas mit seinen Konzepten anfangen sollten. Die Idee unregelmäßiger Pflasterverbände hat meine kompositorische Arbeit jedenfalls sehr

inspiriert. Deshalb geht es im ersten Abschnitt nun auch um „Pflastern mit Lücken“, und im zweiten um „Pflastern in verschiedenen Tempi.“

Pflastern mit Lücken

Das vielleicht einleuchtendste Beispiel für den Vorteil von Pflastern mit Lücken ist „Tilework for Oboe“, eines der vierzehn Stücke aus der Serie von 2003. Im ersten Beispiel sieht man, wie ein Rhythmus einem anderen immer näher kommt, bis beide schlussendlich ganz miteinander verzahnt sind. Das schrittweise Auffüllen von Lücken ist der zentrale Gedanke dieses Satzes.

Eine der bemerkenswertesten kleinen Entdeckungen der Pflaster-Mathematik nach Vuza hat Jon Wilds gemacht, als er feststellte, dass man mit jedem dreitönigen Rhythmus und seiner Umkehrung zusammen eine Reihe pflastern kann. Man nehme einen dreitönigen Rhythmus und fülle die erste Lücke mit einem neuen Einsatz dieses Grundrhythmus' oder, falls das nicht geht, mit dem Einsatz von dessen Umkehrung. „Tilework for Clarinet“ verwendet diese Technik und zwar auf der Basis des Rhythmus' (0, 2, 5) und seiner Umkehrung (0, 3, 5). Beim Einsatz der sechsten Stimme ist, wie man im zweiten Beispiel sehen kann, die Reihe ganz gepflastert, einmal mit der aufsteigenden Figur (0, 2, 5) beginnend auf den Schlägen 1, 2 und 9, und dann mit der absteigenden (0, 3, 5), beginnend auf den Schlägen 5, 12 und 13. Damit man das auch hören kann, muss man die Stimmen natürlich nacheinander einsetzen lassen, so wie bei einem normalen Kanon, was wiederum bedeutet, dass man viele Lücken lässt innerhalb der Musik und um sie herum, während sich die Einzelteile zusammenfügen.

Besonders fruchtbar ist dank Vuzas Arbeit die Erkenntnis, dass die Gruppierung von Tonhöhen und das Pflastern von Rhythmen ein- und dasselbe sind. Ich glaube nicht, dass in den 1980er Jahren ein Komponist auf den Gedanken gekommen wäre, in einem zwölf-tönigen Stück vier kombinatorischen Dreiklängen entsprechend vier dreitönige rhythmische Bausteine zur Seite zu stellen, obwohl das heute für uns eine ganz normale Vorgehensweise ist. Im nächsten Notenbeispiel aus dem ersten Satz des Stücks „Tilework for Saxophone“ sind die zwölf Töne der Oktave verteilt auf zwei dreitönige Phrasen und deren Umkehrungen. Die Rhythmen fügen sich auf vergleichbare Weise zusammen.

Allerdings bleiben selbst in den letzten vier Takten immer noch einige Lücken, die dem Spieler zu atmen erlauben und uns Hörern, die dreitönigen Bausteine voneinander zu unterscheiden.



Ich möchte auf das erste Pflaster-Stück zurückkommen, das ich geschrieben habe, zum eingangs erwähnten „Canon in 3, 6 or 9 Voices“. Das Stück war eine interaktive Klanginstallation mit einer Reihe von acht Röhrenglocken. Das Publikum konnte, einer nach dem anderen, vom Anfang der Reihe bis zum Ende gehen und eine einfache achttönige Melodie spielen, indem es dem Rhythmus aufblinkender Lichter folgte. Sobald eine dritte Person mitmachte, war die 24teilige Phrase komplett gefüllt. Dabei war es wieder einmal notwendig, mit zahlreichen Lücken anzufangen, damit man das Prinzip sehend und hörend schrittweise nachvollziehen konnte.

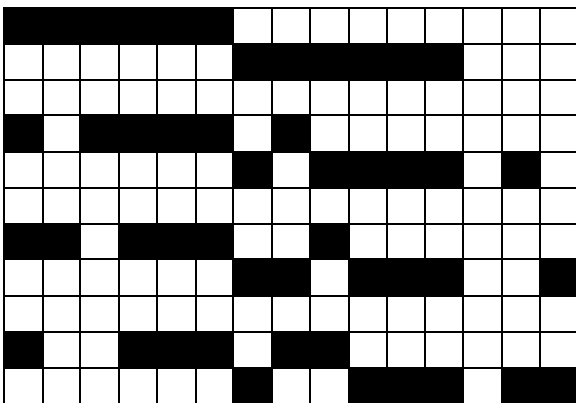


Bei entsprechender Teilnehmerzahl konnte man, wie im nächsten Beispiel zu sehen ist, bis zu neun Stimmen schichten: an diesem Punkt hört man eine sich wiederholende Folge von acht Akkorden und den Einsatz einer neuen Stimme auf jedem zweiten oder dritten Schlag. Theoretisch kann man so fortfahren und bis zu 27 Stimmen schichten. Dann würde auf jedem Schlag eine neue Stimme einsetzen. Hörbar wäre ein einzelner, wiederholter Akkord aus allen acht Tönen der Melodie.



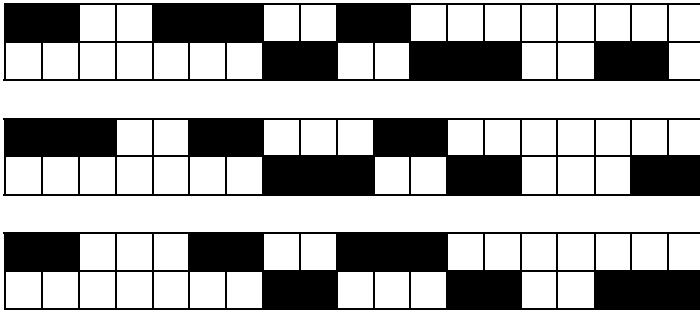
Die bisherigen Beispiele können alle mit Stift und Papier ausgearbeitet werden. Vielfach aber fand ich die Hilfe eines Computers notwendig, wenn ich nämlich entweder ohne Computer keine Lösung fand oder zwar einige Lösungen hatte, aber alle möglichen Lösungen wollte. In solchen Fällen habe ich besonders gerne auf die Arbeit des Mathematikers Harald Friepertinger zurückgegriffen, der auf seiner Webseite eine gigantische Anzahl rhythmischer Kanons tabellarisch aufgelistet hat. Ich habe meinen Download abgebrochen, als ich auf die 516 Möglichkeiten stieß, dreißig Stellen mit sechs Tönen in fünf Stimmen zu pflastern. Zu diesem Zeitpunkt hatte ich bereits 120 Seiten voller Resultate, was ich für genug hielt, um die meisten meiner Probleme zu lösen. Ich hätte aber auch noch weiter gehen können. Ich beziehe mich ziemlich oft auf diese Webseite. Drei Stücke habe ich fast vollständig auf der Grundlage der dort veröffentlichten Tabelle errechnet.

Bei „Tilework for String Quartet“ lag das Problem darin, sechstönige Rhythmen zu finden, mit denen man eine Reihe pflastern kann, wenn die vier Instrumente im Abstand von jeweils sechs Schlägen einsetzen. Friepertingers Tabelle beginnt mit den folgenden vier Rhythmen (dargestellt sind sowohl die zweiten als auch die ersten Einsätze – so kann man besser erkennen, wie sich die Rhythmen verzahnen):

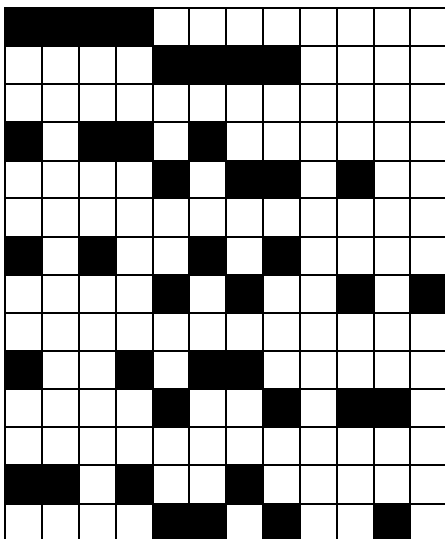


Spielen alle vier Instrumente, dreht sich die Musik in einer Kreisbahn aus 24 Schlägen mit vier Stimmeinsätzen (0, 6, 12, 18). Von den insgesamt 39 Kanons in Friepertingers Tabelle verwendete ich im Streichquartett nur 29. Die Rhythmen wurden danach zu lang, um den Kontrapunkt noch klar nachvollziehen zu können.

Bei „Tilework for Double Bass“ wollte ich es einem Bassisten oder einer Bassistin ermöglichen, mit sich selbst im siebentönigen Kanon zu spielen. In Friepertingers Tabelle gibt es dafür genau neun unterschiedliche Möglichkeiten. Ich habe sie auf 14 erweitert, als ich merkte, dass ich aus einigen dieser offiziellen Lösungen zwei oder drei Varianten ableiten konnte. Zum Beispiel ist einer von Friepertingers Rhythmen das Palindrom, mit dem das nächste Diagramm beginnt. Ich habe es so verschoben, dass sich daraus die beiden folgenden Kanons ergeben. Die drei Formen sind klanglich verschieden, obwohl sie rein mathematisch identisch sind. Ich achte mathematische Disziplin hoch und möchte auch, dass meine Musik entsprechend strikt klingt. Manchmal aber gibt es einen Unterschied zwischen Dingen, die logisch identisch sind und solchen, die musikalisch identisch sind.



Eine vergleichbare Situation gibt es auch in „Tilework for Tuba“, wo der Schlussteil aus rhythmischen Kanons von jeweils vier Tönen in einer Kreisbahn aus acht Schlägen läuft. Friperingers Tabelle enthält nur die ersten beiden Rhythmen, weil der dritte, vierte und fünfte Rhythmus einfache Verschiebungen des ersten sind, wodurch sich der Rhythmus in einer Kreisbahn von acht Schlägen dreht. Aus der Sicht des Tubisten und auch aus der Sicht des Zuhörers sind die Rhythmen aber keineswegs dieselben.



Pflastern in verschiedenen Tempi

Perfekte Pflasterverbände sind Pflasterverbände bei denen jede Stimme ein Rhythmus in einem anderen Tempo spielt. Mein Stück „Tilework for Piano“ (2003) ist zweifellos die erste musikalische Umsetzung eines solchen perfekten Pflasterverbands. Die Tempoverhältnisse folgen in allen Fällen ungleichmäßigen Mustern wie $7 : 5 : 4 : 2 : 1$ (diesen kürzesten perfekten Pflasterverband habe ich in „Tilework for Piano“ verwendet). Es wäre schön, wenn die Verhältnisse $n : n-1 : n-2 : n-3 : \dots 1$ wären. Mir erschien das aber unmöglich, bis ich am 4. Oktober 2006 eine Email von Jon Wild bekam, der mir das Gegenteil bewies: Vorauszusetzen ist allerdings, dass man gewillt ist, eine Reihe mit Lücken zu pflastern. Wild nennt das einen „unterbrochenen“ oder „verformten“ Pflasterverband.

Lieber Tom,

in aller Kürze wollte ich Dich nur wissen lassen, dass ich mal wieder mit unterbrochenen Pflasterverbänden herumgebastelt und dabei einige perfekte Pflasterverbände entdeckt habe, die ich bisher nicht für möglich hielt. Mit „perfekt“ meine ich, dass sie jede skalierte Version eines Pflasters verwenden von 1 bis n, und zwar genau einmal. Ich dachte, das könnte Dich interessieren.

Es handelt sich um Pflasterverbände achten Grades. Sie pflastern den folgenden Walzer-ähnlichen Rhythmus: --/--/–/ Perfekte Pflasterverbände achten Grades finde ich für die Pflaster (0,1,3), (0,2,5), (0,3,7), (0,3,8), und (0,3,11).

Viele Komponisten hätten sich über diese Entdeckung so gefreut, dass sie sie als bedeutende Neugierkeit überall verbreitet und einen langen Artikel darüber geschrieben hätten. Für Jon war es dagegen nur eine kleine Beobachtung, die er mit einem Kollegen teilen wollte. Ohne die Originalität von Wilds Arbeit schmälern zu wollen, sei daran erinnert, dass die Idee, nur bestimmte Stellen zu pflastern und andere als Lücken zu belassen, eine Technik ist, die sich auf mehrere Stellen in Vuzas Abhandlung zurückführen lässt.

In „Tilework for Viola“ gibt es drei Tempi. Das Stück ist voller Lücken. Im folgenden zwölftaktigen Ausschnitt im 9/8-Takt wird das sechstönige Thema viermal von der Oberstimme gespielt, dreimal und langsamer in der Mittelstimme und dann im halben Tempo in der Unterstimme. Da nur 54 der 82 Schläge gefüllt sind, können wir dank der Pausen um sie herum ziemlich deutlich die drei Stimmen in den drei Tempi im Verhältnis von 4 : 3 : 2 hören.

The first system of the musical score consists of three staves. The top staff is in treble clef, the middle in alto clef, and the bottom in bass clef. The time signature is 9/8. The music features a complex rhythmic pattern with many rests, illustrating the 'tilework' concept. The first four measures show the beginning of the piece, with the top staff playing a six-note theme.

The second system continues the musical score. It maintains the same three-staff structure and 9/8 time signature. The rhythmic complexity is further emphasized by the placement of notes and rests across the measures, showing the staggered entry of the different voices.

The third system concludes the twelve-measure excerpt. The top staff shows the final notes of the first voice, followed by a full-measure rest. The middle and bottom staves continue their respective parts, demonstrating the 4:3:2 ratio of the three voices.

Das nächste Beispiel, „Tilework for Violin“, ist ebenfalls ein dreistimmiger Kanon in drei Tempi. In der oberen Oktave sieht man die erste Stimme, bei der auf jede zweitönige Phrase eine Pause folgt. Zwei von drei dieser Pausen werden von der zweiten Stimme gefüllt, die dreimal langsamer ist. Mit dem Eintritt der zweiten Stimme in der mittleren Oktave hören wir also in acht von neun Fällen einen Ton statt bloß in zwei von drei Fällen. Wenn schließlich die dritte Stimme in der tiefen Oktave

Dies war einer jener Fälle, wo ich für die Suche einen Computer zu Hilfe genommen habe. Bis zu einem gewissen Punkt komme ich allein damit zurecht, aber es wäre natürlich absolut beliebig, wenn ich mich einfach mit den Lösungen begnügen würde, auf die ich selbst komme. Darum habe ich das Problem mit dem russischen Mathematiker Andranik Tanguian besprochen, den ich bei einer Konferenz in Bourges zum Thema „Mathematik und Musik“ kennen gelernt hatte. Er fütterte seinen eigenen Computer mit der Aufgabe und schickte mir insgesamt sieben Lösungen mit der Versicherung, dass es keine weiteren gäbe. Aus diesen sieben Pflasterverbänden wurde, nach mehrfacher Umarbeitung, „Tilework for Log Drums“ (2005).

Als letztes Beispiel für das Pflastern einer Reihe in verschiedenen Tempi möchte ich zeigen, wie das im Falle einer sich selbst-reproduzierenden Melodie aussehen kann. Ich habe schon eine ganze Menge melodische Schleifen komponiert, die von sich selbst Kopien in langsameren Tempi erzeugen, während sie ablaufen. Die Technik der Selbstreproduktion nahm ihren Anfang mit „Rational Melody No. 15“ (1983) – lange bevor ich mit Vuzas Arbeit in Kontakt gekommen bin. Die Idee war letztlich auch eine ganz andere. Eine sich selbst reproduzierende Melodie muss mit den Kopien in langsameren Tempi, die sie erzeugt, im Unisono verlaufen, so dass prinzipiell die Töne gleichzeitig erklingen. Bei einem Pflasterverband dagegen überdecken sich die unterschiedlichen Schichten so, dass derartige Gleichzeitigkeiten gerade vermieden werden. Obwohl beide Prinzipien eigentlich verschieden sind, kommt bei ihnen komischerweise manchmal das Gleiche heraus – und ich bin mir jetzt sicher, dass mich die Abhandlung von Vuza genau aus diesem Grund so inspiriert hat: weil es bei ihm und bei dem, was ich zuvor in diesem ganz anderen Zusammenhang gemacht hatte, um sehr ähnliche Dinge geht.

Werfen wir einen Blick auf die folgende Melodie, die das Thema und tatsächlich auch das einzige Material ist von „La Vie est si courte“, einem sechzehnminütigen Werk für acht Instrumente, das ich 1998 geschrieben habe.



Die melodische Schleife ist zehn Viertel oder zwanzig Achtel lang und erstellt von sich selbst Kopien in einem dreimal und in einem siebenmal so langsamen Tempo. Die Konstruktion von sich selbst reproduzierenden Melodien habe ich ziemlich ausführlich in „Self-Similar Melodies“ (1996) beschrieben; ich spare es mir daher, an dieser Stelle im Detail darauf einzugehen. Ich möchte hier lediglich zeigen, wie aus dieser sich selbst reproduzierenden Melodie ein Pflasterverband werden kann. Das Thema ist im letzten Notenbeispiel dreistimmig ausgeschrieben, jede der Stimmen ist dreimal so langsam wie im ursprünglichen Tempo. Das Taktnaß bleibt 10/8, aber das Thema benötigt nun im langsamen Tempo drei Takte für einen Kreislauf.

Sobald die erste Stimme beim dritten Takt des Themas ankommt, spielt die zweite Stimme den zweiten Takt und die dritte Stimme den ersten. In der Akkumulation der drei Stimmen erscheint das Thema im ursprünglichen Tempo (siehe die kleingedruckten Noten im untersten System). In den drei langsamen Stimmen gibt es keine Gleichzeitigkeiten. Sie bilden einen rhythmischen Kanon genau im Sinne von Vuza und zwar mit zwei zusätzlichen Mengen: einer Menge für den Rhythmus (0, 6, 12, 15, 18, 24, 30, 36, 42, 45, 48, 54) und einer für die Einsatzpunkte (0, 20, 40). Natürlich entstehen dabei ein paar Lücken, doch ich hoffe, dass sich der Leser mittlerweile nicht mehr allzu sehr erschrecken lässt von einer Musik, die ein paar Lücken hat.



Tom Johnson, Paris, August, 2008
(Übersetzung von Raoul Mörchen)

Cowell, Henry: New Musical Resources Institute for Studies in Amer Music, 1969

Feldman, David: Self-Similar Melodies, review of the book in Leonardo Music Journal Vol. 8, 1998, 80–84.

Fripertinger, Harald: www.uni-graz.at/~fripert

Johnson, Tom: Self-Similar Melodies, 1996, Editions 75. All musical examples also published by Editions 75, rue de la Roquette, 75011 Paris, <<http://www.editions75.com>>

Johnson, Tom: Automatic Music, Explaining my Music: Keywords, Found Mathematical Objects, I Want to Find the Music, Music and Combinations, Musical Questions for Mathematicians, Tiling Melodies, Tiling Chords, Perfect Rhythmic Tilings, Self-Replicating Loops, Tiling the Line in Theory and in Practice. All available on line at the Editions 75 web site.

Johnson, Tom: Objets mathématiques trouvés, Séminaire Entretemps: Musique, mathématiques et philosophie, IRCAM, January 2001, voir Penser la musique avec les mathématiques, IRCAM-Delatour (DLT 1172)

Tangian, Andranik: The Sieve of Eratosthene for Diophantine Equations in integer polynomials and Johnson's problem, discussion paper no. 309 FernUniversität Hagen.

Vuza, D.T. Supplementary Sets and Regular Complementary Unending Canons, Perspectives of New Music, 1990/91.